

76

**CETEM**

**Série Tecnologia Mineral**

**Separação  
Sólido-Fluido  
Não-Newtoniano  
em Hidrociclones**

**Giulio Massarani  
Cláudia Míriam Scheid**

*PRESIDENTE DA REPÚBLICA: Fernando Henrique Cardoso*  
*VICE-PRESIDENTE DA REPÚBLICA: Marco Antonio Maciel*  
*MINISTRO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA: Ronaldo Mota Sardenberg*  
*SECRETÁRIO EXECUTIVO: Carlos Américo Pacheco*  
*SECRETÁRIO DE COORDENAÇÃO DAS UNIDADES DE PESQUISA:*  
*João Evangelista Steiner*

**CETEM - CENTRO DE TECNOLOGIA MINERAL**

**DIRETOR:** *Fernando A. Freitas Lins*  
**COORD. DE PROJETOS ESPECIAIS (CPE):** *Juliano Peres Barbosa*  
**COORD. DE TRATAMENTO DE MINÉRIOS (CTM):** *Adão Benvindo da Luz*  
**COORD. DE METALURGIA EXTRATIVA (CME):** *Ronaldo Luiz C. dos Santos*  
**COORD. DE QUÍMICA ANALÍTICA (CQA):** *Maria Alice C. de Góes*  
**COORD. DE ESTUDOS E DESENVOLVIMENTO (CES):** *Carlos César Peiter*  
**COORD. DE ADMINISTRAÇÃO (CAD):** *Cosme Regly*

## **Giulio Massarani**

*Engenheiro Químico, D.Sc. em Ciências Físicas pela  
Universidade de Toulouse, Professor Titular do PEQ/COPPE  
da Universidade Federal do Rio de Janeiro.*

## **Cláudia Míriam Scheid**

*Engenheira Química, D.Sc. em Engenharia Química pela  
COPPE da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Professora  
Adjunto do DTQ/IT/ da Universidade Federal Rural do Rio de  
Janeiro.*

# SÉRIE TECNOLOGIA MINERAL

## CONSELHO EDITORIAL

### Editor

Mario Valente Possa

### Subeditor

Roberto de Barros Emery Trindade

### Conselheiros Internos

Arnaldo Alcover Neto, Fernando Freitas Lins, João Alves Sampaio,  
Reiner Neumann, Ronaldo Luiz Correia dos Santos

### Conselheiros Externos

Achilles Junqueira Bourdot Dutra (UFRJ), Antonio E. Clark Peres (UFMG),  
Cláudio Schneider (University of Utah), José Aury de Aquino (CDTN), José  
Farias de Oliveira (UFRJ), Lino Rodrigues de Freitas (CVRD), Luciano Tadeu  
da Silva Ramos (CVRD), Mário Rui Machado Leite (IGM - Portugal), Maurício  
Leonardo Torem (PUC-Rio)

---

A **Série Tecnologia Mineral** publica trabalhos na área minero-metalúrgica. Tem como objetivo principal difundir os resultados das investigações técnico-científicas decorrentes dos projetos desenvolvidos no CETEM.

---

***O conteúdo deste trabalho é de responsabilidade exclusiva do(s) autor(es).***

---

**Jackson de Figueiredo Neto** COORDENAÇÃO EDITORIAL

**Vera Lúcia Ribeiro** EDITORAÇÃO ELETRÔNICA

Indexado no *Chemical Abstracts* e no *IMM Abstracts*.

Massarani, Giulio

Separação Sólido-Fluido Não-Newtoniano em Hidrociclones/Giulio Massarani, Cláudia Míriam Scheid. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2000.

29p. - (Série Tecnologia Mineral, 76)

1. Hidrociclone. 2. Separação (Tecnologia). I. Scheid, Cláudia Míriam. II Centro de Tecnologia Mineral. III. Título. IV. Série.

ISBN 85-7227-135-X

ISSN 0103-7382

CDD 660 2842

# SUMÁRIO

RESUMO/ABSTRACT .....	1
1. INTRODUÇÃO .....	3
2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL.....	9
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	13
3.1 Eficiência Individual de Coleta.....	13
3.2 Diâmetro Mediano de Partição .....	14
3.3 Queda de Pressão .....	15
3.4 Viscosidade Efetiva Relacionada à Separação Centrífuga ....	17
3.5 Viscosidade Efetiva Relacionada à Queda de Pressão.....	21
4. CONCLUSÕES.....	24
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	25
ANEXO - LISTA DE SÍMBOLOS E UNIDADES.....	28

## RESUMO

O procedimento normalmente empregado para a especificação de uma bateria de hidrociclones utilizados para separação sólido-fluido newtoniano pode ser estendido para o caso de fluidos não-newtonianos. O elo de ligação entre as duas situações é a viscosidade efetiva,  $\mu_e$ , que pode ser calculada conhecendo-se a função tensão cisalhante  $S$  e a taxa de deformação característica  $\dot{\gamma}^*$ . Com o objetivo de verificar a validade desta estratégia foram realizados experimentos com suspensões de diferentes sólidos em solução aquosa de carboximetilcelulose (CMC) em um hidrociclone AKW modelo comercial. Os resultados obtidos indicam a existência de duas viscosidades efetivas, uma relacionada à separação e outra à queda de pressão.

**Palavras-Chave:** Hidrociclone, Fluido Não-Newtoniano, Separação Sólido-Fluido

## ABSTRACT

The procedure usually employed for specifying a set of hydrocyclones used in Newtonian fluid-solid separation processes may be extended for the case of non-Newtonian fluids. The effective viscosity,  $\mu_e$ , is the link between the two cases, and can be evaluated from the knowledge of the shear stress function,  $S$ , and the characteristic of rate of shear,  $\dot{\gamma}^*$ . In order to verify the validity of this, experiments using suspensions of different solids in a aqueous solution of carboxymethylcellulose (CMC) in a AKW commercial hydrocyclone have been performed. The results obtained in this work indicate the existence of two effective viscosities: one related to the separation process and other related to the pressure drop in the hydrocyclone.

**Key-words:** Solid-Fluid Separation, Hydrocyclone, Non-Newtonian Fluid

## 1. INTRODUÇÃO

---

Vários estudos têm sido realizados no sentido de aperfeiçoar o projeto e a análise do desempenho de hidrociclones, ou simplesmente ciclone, uma vez que em tratamento de minérios, o fluido utilizado, em praticamente a maioria dos processos, é a água. A grande maioria destina-se ao estudo deste equipamento operando com fluidos newtonianos. A formulação clássica, desenvolvida ao longo de vários anos, estabelece que o desempenho do equipamento depende de suas dimensões e das proporções entre elas (a configuração do ciclone), das propriedades físicas do sistema particulado (densidade do sólido e do fluido, viscosidade do fluido, distribuição granulométrica das partículas) e das condições operacionais (vazão de fluido e concentração de sólidos na alimentação). Dentro deste contexto, a avaliação e caracterização do hidrociclone é geralmente feita através do diâmetro mediano de partição da separação, da eficiência global e individual de coleta e da relação entre a vazão e queda de pressão, como amplamente mencionado na literatura (Bradley, 1965; Svarovsky, 1981 e 1984).

O diâmetro mediano de partição, que representa o diâmetro da partícula separada com 50% de eficiência, pode ser calculado por (Svarovsky, 1984)

$$\frac{D^*}{D_c} = K \left[ \frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{1/2} f(R_f) g(C_v) \quad (1)$$

$$\lim_{R_f \rightarrow 0} f(R_f) = 1$$

$$\lim_{C_v \rightarrow 0} g(C_v) = 1$$

onde K é uma constante que leva em conta as proporções geométricas do equipamento,  $D_c$  é o diâmetro da parte

cilíndrica do ciclone,  $C_v$  é a concentração volumétrica de sólidos na alimentação e  $R_f$  é a razão de fluido no hidrociclone definida como a razão entre as vazões volumétricas de fluido do “underflow” e da alimentação.

A função  $f(R_f)$  está relacionada à correção do efeito da divisão de corrente, de forma que o  $D^*$  obtido para a separação centrífuga é maior que o  $D^*$  obtido considerando-se a separação como um todo. No caso do efeito da concentração de sólidos na alimentação, a correção é feita através da função  $g(C_v)$ . Isto porque em hidrociclones, e outros equipamentos de separação, o aumento da concentração de sólidos provoca aumento no diâmetro mediano de partição e, por consequência, diminuição da eficiência global (Svarovsky, 1990).

A eficiência individual de coleta representa a eficiência com que cada tamanho de partícula é separado, e é calculada em base as distribuições granulométricas da alimentação, “underflow” e na eficiência global

$$G(D) = \eta \left. \frac{dX_u}{dX} \right|_D \quad (2)$$

onde  $\eta$  é a eficiência global de coleta e  $X$  e  $X_u$  denotam a fração em massa das partículas menores que um dado diâmetro para a alimentação e o “underflow” respectivamente. Com o intuito de analisar apenas a eficiência do campo centrífugo, pode-se calcular também a eficiência individual de coleta reduzida

$$G'(D) = \frac{G(D) - R_f}{1 - R_f} \quad (3)$$

a qual leva em conta apenas a separação ocorrida devido ao campo centrífugo.



A eficiência global de coleta está relacionada a  $G'$  e  $R_f$  através da equação 4

$$\eta = (1 - R_f) \int_0^1 G'(D) dX + R_f \quad (4)$$

Finalmente, para concluir a caracterização do hidrociclone, é necessário estabelecer a relação entre vazão e queda de pressão, expressa por Svarovsky (1984)

$$\psi(Re) = \frac{2\Delta P}{\rho u_c^2} \quad (5)$$

onde  $u_c$  é a velocidade do fluido em base à seção cilíndrica do hidrociclone.

As equações 1 a 5 estabelecem a formulação desenvolvida para hidrociclones trabalhando com suspensões sólido-fluido newtoniano.

No caso de hidrociclones operando com fluidos não-newtonianos, os trabalhos existentes na literatura dividem-se basicamente em dois grupos. O primeiro caracteriza-se pela observação experimental dos fenômenos de separação que ocorrem no interior do equipamento, com propostas de equações empíricas para avaliação do desempenho (Lilge, 1961-1962; Napier-Munn, 1980; Upadrashta e Venkateswarlu, 1983; Walker, Versey e Moore, 1992; Horsley, Tran e Reizes, 1992). O segundo propõe a modelagem matemática do escoamento do fluido no corpo do hidrociclone e na camada limite de fluido adjacente às paredes do mesmo. Destes trabalhos, resultam os perfis de velocidade do fluido, obtidos através das equações do movimento e da continuidade, que são então utilizados para a determinação da trajetória da partícula e conseqüentemente da eficiência de coleta do equipamento (Upadrashta, Ketcham e Miller, 1987, Barrientos e Concha, 1992, Dyakowski, Hornung e Willians, 1994 e Yablonskii, 2000).

Neste trabalho, busca-se validar a utilização da formulação clássica existente para fluidos newtonianos de forma a contemplar também a operação com fluidos não-newtonianos. A estratégia consiste em substituir a viscosidade do fluido por uma viscosidade efetiva que pode ser calculada conhecendo-se a tensão cisalhante  $S$ , uma propriedade material do fluido, e a taxa de deformação característica  $\lambda^*$ , uma propriedade cinemática do escoamento

$$\mu_{\text{ef}} = \frac{S(\lambda^*)}{\lambda^*} \quad (6)$$

As tentativas para o estabelecimento da expressão para a taxa de deformação característica do escoamento, neste e em outros sistemas, utilizam sobretudo a análise dimensional combinada aos resultados da experimentação com fluidos não-newtonianos. Como exemplo, podemos citar os trabalhos desenvolvidos por Massarani e Silva Telles (1978) e Laruccia (1990) no estudo do escoamento de fluidos não-newtonianos nas vizinhanças de partículas sólidas, que resultaram em

$$\lambda^* = \theta(\phi, \beta) \frac{\|u - v\|}{d_p} \quad (7)$$

onde  $\theta(\phi, \beta)$  é uma função da esfericidade da partícula e da relação entre o diâmetro da partícula e o diâmetro do tubo, determinada experimentalmente,  $u-v$  é a velocidade relativa fluido-partícula e  $\phi$  é o diâmetro da esfera de igual volume que a partícula.

Outros exemplos da utilização da viscosidade efetiva, e conseqüentemente do estabelecimento da taxa de deformação característica do sistema, seriam o escoamento em meios porosos (Massarani, 1979), a filtração com formação de torta (Massarani e Coelho de Castro, 1980), a separação sólido-fluido em centrífuga decantadora industrial (Lázaro, 1991), o escoamento de soluções e suspensões não-newtonianas em dutos (Massarani e Silva Telles, 1992) e a separação sólido-

fluido não-newtoniano em fenda retangular (Pereira e Massarani, 1993).

No caso da separação em hidrociclones, o estabelecimento da forma da equação da taxa de deformação característica toma como base a equação 7 para partícula com o diâmetro mediano de partição, ou seja,

$$\ddot{\epsilon}^* = f\left(\ddot{\gamma} \frac{v_t}{D^*}\right) \quad (8)$$

onde  $v_t$  é a velocidade terminal em campo centrífugo da partícula de diâmetro  $D^*$ . No regime de Stokes, para uma partícula com esfericidade  $\phi$ , esta velocidade é dada por

$$v_t = \frac{(\tilde{n}_s - \tilde{n})D^{*2} K_1 \dot{\omega}^2 r}{18\dot{\gamma}} \quad (9)$$

onde  $K_1$  é um fator de forma que leva em conta a esfericidade da partícula. No caso da separação em hidrociclone,  $r$  é a posição da partícula em relação ao eixo do equipamento que, neste caso, será considerada muito próxima à parede, ou seja  $r = R_c$ ,  $\omega$  é a velocidade angular dada por

$$\dot{\omega} = \frac{2\ddot{\theta}_e Q}{V_a} \quad (10)$$

sendo que  $R_c$ ,  $N_e$  e  $V_a$  são parâmetros que dependem da geometria do hidrociclone e  $D^*$  é o diâmetro mediano de partição calculado por (Svarovsky, 1984)

$$\frac{D^*}{D_c} = K \left[ \frac{\dot{\gamma} D_c}{Q(\tilde{n}_s - \tilde{n})} \right]^{1/2} \quad (11)$$

Substituindo  $r$ ,  $\omega$  e  $D^*$  em  $\dot{\gamma}$ , e este na expressão de  $\lambda^*$ , lembrando que  $Q$  é a vazão volumétrica na alimentação que

pode ser calculada com base na velocidade do fluido na parte cilíndrica do equipamento, ou seja,  $Q = u_c \pi D_c^2 / 4$ , resulta

$$\ddot{\epsilon}^* = f(\ddot{\alpha}) \left( \frac{\ddot{D}_c^5}{72} K_1 R_c K^2 \left( \frac{2\ddot{\alpha} \ddot{\epsilon}}{V_a} \right)^2 \frac{u_c}{D^*} \right) \quad (12)$$

ou

$$\ddot{\epsilon}^* = \hat{\alpha}(\ddot{\alpha}, \text{geometria do hidrociclone}) \frac{u_c}{D^*} \quad (13)$$

A equação 13 indica que a taxa de deformação característica para o escoamento de fluidos não-newtonianos em hidrociclones é função do diâmetro mediano de partição, da velocidade do fluido na seção cilíndrica do equipamento e do parâmetro  $\beta$ , que depende da esfericidade do material e da geometria do ciclone, devendo ser determinado experimentalmente.

## **2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL**

---

O trabalho experimental foi dividido em duas etapas. A primeira, consistindo de experimentos com fluido newtoniano, teve como objetivo realizar a caracterização do hidrociclone, ou seja, fazer o levantamento das relações de eficiência, diâmetro mediano de partição e queda de pressão (formulação clássica). A segunda, semelhante à primeira, sendo os experimentos conduzidos com fluido não-newtoniano, teve como objetivo o estudo da viscosidade efetiva que permitisse fazer a ligação entre as duas situações avaliadas.

A aparelhagem experimental, apresentada de forma esquemática na Figura 1, consistia basicamente de um reservatório de suspensão ligado a uma bomba centrífuga que alimentava o hidrociclone. O sistema era dotado de agitadores mecânicos de forma a manter a suspensão homogênea dentro do reservatório. As descargas de todas as correntes eram direcionadas para o próprio reservatório mantendo-se assim um circuito fechado. A variação da vazão da suspensão na alimentação foi conduzida através do sistema de "by pass" e a queda de pressão foi medida com o auxílio de um manômetro instalado no duto de alimentação.

O hidrociclone utilizado nos experimentos foi um AKW modelo KRS-98 com diâmetro da parte cilíndrica de 4,5 cm e diâmetro do "underflow" de 1,4 cm. O mesmo é confeccionado em poliuretano e tem alimentação em voluta (Figura 2).

Para quantificar o desempenho do hidrociclone em cada experimento foi necessário medir as seguintes variáveis: temperatura da suspensão; pressão estática na alimentação; concentração de sólidos na alimentação, "underflow" e "overflow"; vazão mássica do "underflow" e do "overflow"; distribuição granulométrica das partículas na alimentação e no "underflow" e o reograma do fluido nos experimentos com fluido não-newtoniano.

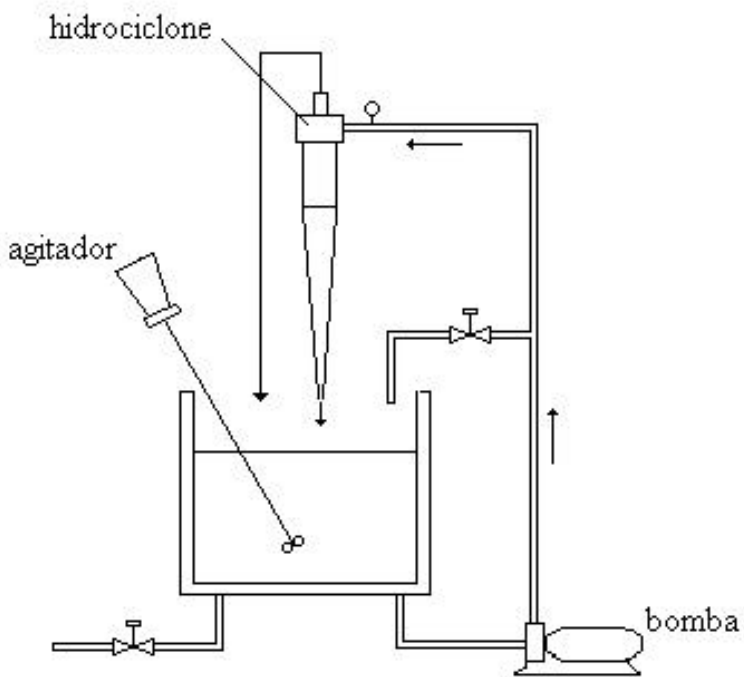
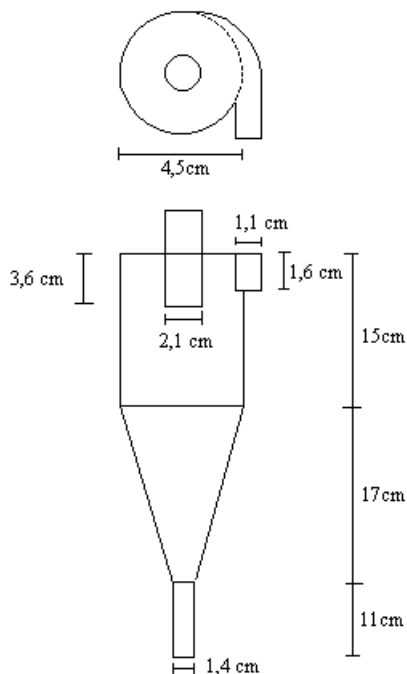


Figura 1 - Esquema da aparelhagem



**Figura 2 - Dimensões do hidrociclone AKW modelo KRS-98**

As medidas de concentração e vazão das correntes foram determinadas através de técnica gravimétrica sendo feito réplicas para obtenção de resultados médios.

Na primeira etapa do trabalho, visando a caracterização do hidrociclone, foram realizados experimentos com água tendo como sólido dolomita, hematita ou alumina com densidades de 2800, 4800 e 3300 kg/m<sup>3</sup> respectivamente. Na etapa seguinte, foram efetuadas corridas com fluido não-newtoniano (solução aquosa de CMC) e dolomita ou alumina.

A distribuição granulométrica dos pós nas correntes foi obtida através de ensaios com suspensões aquosas em uma versão da Pipeta de Andreasen (Silva e Medronho, 1986),

sendo utilizado um dispersante (hexameta fosfato de sódio) e banho ultrasônico, objetivando minimizar os problemas ocasionados pela aglomeração de partículas. Cuidado adicional foi tomado nos experimentos com fluido não-newtoniano, onde o sólido foi lavado várias vezes antes do ensaio, de forma a se evitar interferências no método. Todas as curvas de distribuição granulométrica se ajustaram adequadamente ao modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB), dado pela equação

$$X = 1 - \exp\left[-\left(\frac{D}{D'}\right)^m\right] \quad (14)$$

onde X é a fração em massa das partículas inferiores a D, D' e m são os parâmetros do modelo, respectivamente o diâmetro da partícula que corresponde a X = 0,632 e a dispersão.

A reologia do fluido não-newtoniano foi determinada com o auxílio de um viscosímetro capilar (Massarani, 1981) mantendo-se a mesma temperatura do experimento com hidrociclone.

Foram realizadas 34 corridas com água e 18 com fluido não-newtoniano em condições operacionais variando entre:

- Queda de pressão, 103 a 276 kPa;
- Temperatura da suspensão, 25 e 35°C;
- Concentração volumétrica de sólidos na alimentação, 0,5 e 2,0%;
- Vazão volumétrica na alimentação, 5 a 11m<sup>3</sup>/h;
- Razão de fluido, R<sub>f</sub>, que representa o quociente entre as vazões de líquido do “underflow” e alimentação, na faixa de 0,17 a 0,24.



### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

---

#### 3.1 Eficiência Individual de Coleta

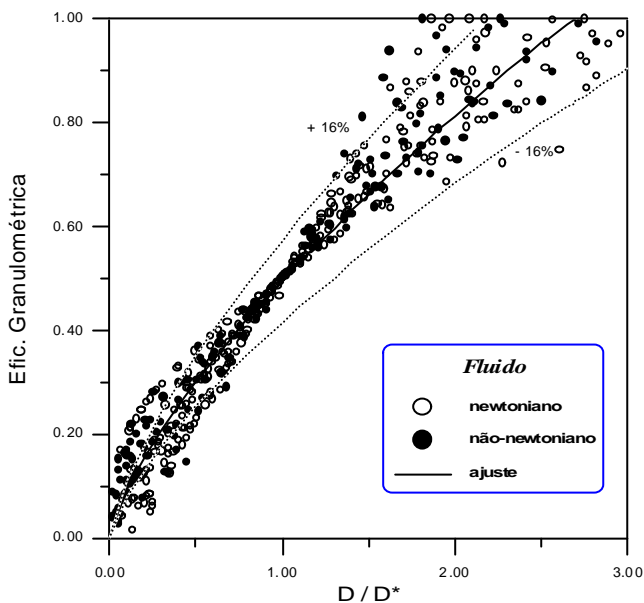
A partir dos resultados das análises granulométricas do “underflow” e da alimentação, e da eficiência global de coleta foi determinada, para cada corrida experimental, a eficiência individual de coleta através da equação 2. Com objetivo de estudar apenas a separação centrífuga calculou-se também eficiência de coleta reduzida das partículas (equação 3) e a partir deste o diâmetro mediano de partição experimental que corresponde ao diâmetro com  $G' = 50\%$ .

Os resultados experimentais de eficiência granulométrica reduzida e diâmetro mediano de partição, das corridas com fluido newtoniano e não-newtoniano, foram então reunidos no gráfico apresentado na Figura 3. Por este gráfico, pode-se observar que os resultados obtidos nas corridas com água e fluido não-newtoniano são muito semelhantes, não havendo uma distinção entre as curvas de separação obtidas para cada fluido. Desta forma, a curva de ajuste apresentada foi determinada tomando-se todas as corridas experimentais. A dispersão significativa dos pontos é comum e aparece também em outros trabalhos (Peçanha, 1979 e Silva, 1989). Como resultado do ajuste tem-se,

$$G'(D) = 0,5 \left( \frac{D}{D^*} \right)^{0,7} \quad \text{para } D/D^* \leq 2,7 \quad (15)$$

$$G'(D) = 1 \quad \text{para } D/D^* \geq 2,7 \quad (15)$$

Este resultado foi obtido com base em 44 experimentos, 26 com água e 18 com fluido não-newtoniano, nas condições operacionais dadas acima, tendo como sólido hematita, alumina ou dolomita.



**Figura 3 - Eficiência individual de coleta para hidrociclones AKW**

### 3.2 Diâmetro Mediano de Partição

Os resultados obtidos para o diâmetro mediano de partição, nos experimentos com fluido newtoniano, permitem calcular o valor da constante  $K$  que aparece na equação de  $D^*$  (equação 1), sendo que a função da concentração empregada nos cálculos foi obtida por Damasceno, Clark e Massarani (1990) no estudo da fluidodinâmica de suspensões diluídas

$$g(C_v) = \left[ 4,8(1 - C_v)^2 - 3,8(1 - C_v) \right]^{-1/2} \quad (16)$$

Os valores obtidos por esta função pouco se diferenciam daqueles alcançados por Peçanha e Massarani (1980) em experiência conduzidas diretamente com hidrociclone.

A  $f(R_f)$  deveria ser determinada a partir da variação do diâmetro do “underflow” para diferentes condições operacionais, uma vez que isto não foi possível optou-se por reunir numa mesma variável  $K$  e  $f(R_f)$ , ou seja,

$$\frac{D^*}{D_c} = K * \left[ \frac{i D_c}{Q(\bar{n}_s - \bar{n})} \right]^{1/2} g(C_v) \tag{17}$$

onde  $K^* = K f(R_f)$ .

Desta forma, de posse dos dados de  $D^*$  e das condições operacionais foi possível estabelecer  $K^*$  como uma função de  $R_f$  para os experimentos com fluido newtoniano

$$K^* = 3,13R_f - 0,482 \quad 0,17 \leq R_f \leq 0,24 \tag{18}$$

### 3.3 Queda de Pressão

Os resultados obtidos para a queda de pressão para os experimentos com fluido newtoniano estão de acordo com aqueles fornecidos no catálogo da AKW e podem ser ajustados pela equação

$$\psi = \frac{2\Delta P}{\rho u_c^2} = \frac{14,76 \times 10^6}{Re} - 2,57 \tag{19}$$

onde  $5,5 \times 10^4 < Re = \frac{D_c u_c \rho}{\mu} < 13 \times 10^4$

que representa o resultado obtido em 34 experimentos com água e alumina, dolomita ou hematita.

De forma resumida temos a caracterização do hidrociclone AKW modelo KRS - 98 dada na Tabela 1. Cabe ressaltar que a equação obtida para  $G'$  também vale para fluidos não-newtonianos.

**Tabela 1 - Caracterização do hidrociclone AKW modelo KRS-98**


---

Diâmetro mediano de partição

---

$$\frac{D^*}{D_c} = K^* \left[ \frac{\dot{v} D_c}{Q(\tilde{n}_s - \tilde{n})} \right]^{1/2} g(C_v)$$

sendo  $K^* = 3,13R_f - 0,482$        $0,17 \leq R_f \leq 0,24$

$$g(C_v) = \left[ 4,8(1 - C_v)^2 - 3,8(1 - C_v) \right]^{-1/2}$$


---

Eficiência Granulométrica Reduzida

---

$$G'(D) = 0,5 \left( \frac{D}{D^*} \right)^{0,7} \quad D/D^* \leq 2,7$$

$$G'(D) = 1 \quad D/D^* \geq 2,7$$


---

Relação Vazão-Queda de Pressão

---

$$\psi = \frac{2\ddot{A}\ddot{A}}{\tilde{n} u_c^2} = \frac{14,76 \times 10^6}{Re} - 2,57$$

onde  $5,5 \times 10^4 < Re = \frac{D_c u_c \tilde{n}}{\dot{v}} < 13 \times 10^4$

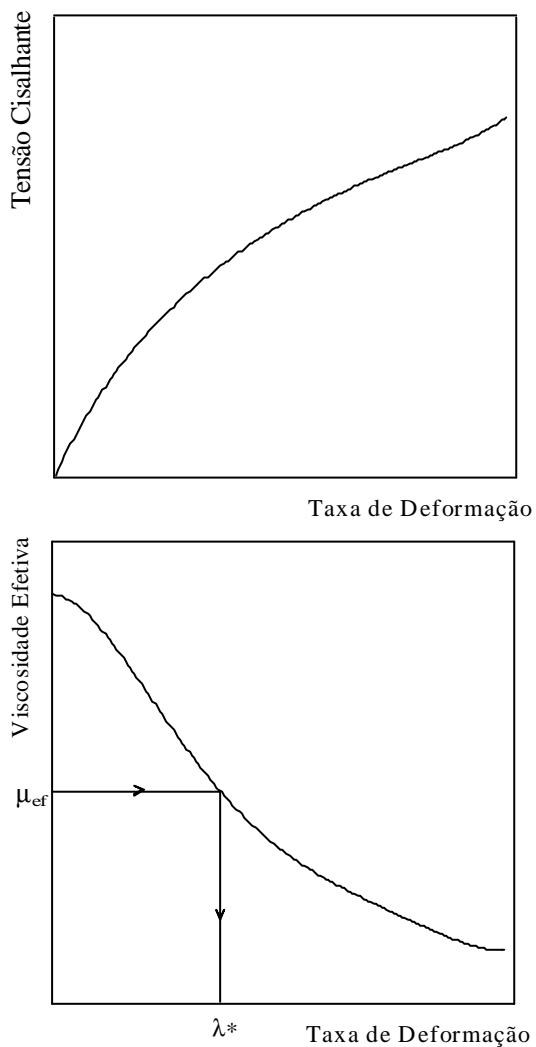
---

### 3.4 Viscosidade Efetiva Relacionada à Separação Centrífuga

Uma vez caracterizado o hidrociclone, buscou-se estender o uso das equações obtidas com fluidos newtonianos para o caso de fluidos não-newtonianos. Como dito anteriormente, isto é feito através da viscosidade efetiva,  $\mu_{ef}$ , que passa a substituir a viscosidade do fluido,  $\mu$ , na formulação clássica. Para que isto seja possível, precisa-se estabelecer  $\lambda^*$  (equação 13) através do conhecimento do parâmetro  $\beta$  que é uma função da esfericidade e da geometria do hidrociclone.

Nos experimentos com fluido não-newtoniano, o diâmetro mediano de partição foi obtido com base no resultado da eficiência individual de coleta reduzida estabelecido na caracterização do hidrociclone. Para tanto utilizou-se a equação 4 com  $G'$  sob a forma da equação 15 e a distribuição granulométrica dada pela equação do modelo RRB (equação 14). Desta forma, conhecendo-se a distribuição granulométrica da alimentação e a eficiência global de coleta do experimento determina-se o  $D^*$ .

De posse do  $D^*$  e das condições operacionais, determinou-se então, através da equação 17, a viscosidade efetiva para cada corrida com fluido não-newtoniano e, a partir deste resultado, a taxa de deformação característica, com o auxílio do reograma do fluido não-newtoniano como apresentado na figura 4. Na Tabela 2 são dadas as propriedades reológicas dos fluidos não-newtonianos utilizados nos 10 experimentos realizados para determinação da  $\mu_{ef}$ . Os dados de tensão cisalhante e taxa de deformação aparecem na tabela ajustados segundo o modelo da potência ( $S = M\lambda^n$ ).



**Figura 4 - Reograma típico para fluido não-newtoniano pseudoplástico (4a) e determinação de  $\lambda^*$  (4b)**

**Tabela 2 - Propriedades reológicas dos fluidos não-newtonianos trabalhados**

Exp.	$\mu = M\lambda^{n-1}$ (kg/m s)	$a < \lambda < b$ (s <sup>-1</sup> )	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
A3	$0.0061\lambda^{-0.085}$	$6 < \lambda < 630$	1010
A4	$0.0046\lambda^{-0.069}$	$4 < \lambda < 750$	1020
A5	$0.0044\lambda^{-0.067}$	$3 < \lambda < 788$	1020
A6	$0.0042\lambda^{-0.067}$	$4 < \lambda < 836$	1020
D1	$0.0042\lambda^{-0.058}$	$4 < \lambda < 620$	1010
D2	$0.0040\lambda^{-0.058}$	$5 < \lambda < 660$	1010
D3	$0.0037\lambda^{-0.057}$	$5 < \lambda < 700$	1010
D4	$0.0033\lambda^{-0.038}$	$5 < \lambda < 700$	1010
D5	$0.0029\lambda^{-0.028}$	$6 < \lambda < 750$	1010
D6	$0.0028\lambda^{-0.032}$	$7 < \lambda < 800$	1010

A Tabela 3 apresenta os resultados de taxa de deformação característica obtidos para os experimentos com fluido não-newtoniano. Os experimentos de A3 a A6 foram realizados com alumina e os de D1 a D6 com dolomita. Por esta tabela pode-se observar que a viscosidade efetiva obtida é algumas vezes maior do que a da água, ocasionando baixas taxas de deformação. Tal resultado sugere que a separação se dá na camada limite junto à parede do hidrociclone sob baixas taxas de deformação e altas viscosidades, o que está de acordo com a proposição de Bloor, Ingram e Laverack (1980).

**Tabela 3 - Resultados experimentais para determinação de  $\beta$** 

Exp.	D*( $\mu\text{m}$ )	$\mu_{\text{ef}}$ (kg/ms)	$\lambda^*$ (1/s)	Q ( $\text{m}^3/\text{h}$ )	$u_c$ (m/s)	$\beta$
A3	49.30	$5.18 \cdot 10^{-3}$	7.38	5.98	1.05	$3.48 \cdot 10^{-4}$
A4	22.52	$3.85 \cdot 10^{-3}$	13.30	8.35	1.46	$2.06 \cdot 10^{-4}$
A5	20.81	$3.68 \cdot 10^{-3}$	13.24	7.85	1.37	$2.01 \cdot 10^{-4}$
A6	22.48	$3.49 \cdot 10^{-3}$	13.49	6.28	1.10	$2.76 \cdot 10^{-4}$
D1	24.75	$3.69 \cdot 10^{-3}$	11.16	8.49	1.48	$1.86 \cdot 10^{-4}$
D2	20.08	$3.48 \cdot 10^{-3}$	12.23	7.84	1.37	$1.79 \cdot 10^{-4}$
D3	20.40	$3.25 \cdot 10^{-3}$	11.60	6.77	1.18	$2.00 \cdot 10^{-4}$
D4	21.24	$2.96 \cdot 10^{-3}$	17.49	9.22	1.61	$2.31 \cdot 10^{-4}$
D5	24.20	$2.65 \cdot 10^{-3}$	14.22	7.69	1.34	$2.56 \cdot 10^{-4}$
D6	30.30	$2.56 \cdot 10^{-3}$	12.84	6.59	1.15	$3.38 \cdot 10^{-4}$

Para suspensões de dolomita e alumina em fluido não-newtoniano obteve-se como valor médio

$$\ddot{\epsilon}^* = 2,42 \times 10^{-4} \frac{u_c}{D^*} \quad (20)$$

A partir deste resultado, pode-se prever a eficiência global de coleta de um determinado experimento conhecendo-se as condições operacionais, a distribuição granulométrica na alimentação e a curva reológica do fluido não-newtoniano utilizado. Para tanto, faz-se uso de um processo iterativo, onde atribui-se um valor para o  $D^*$  e calcula-se a viscosidade efetiva através da equação 17, esta é utilizada para determinar a taxa de deformação característica com o auxílio da curva reológica do fluido, com o valor de  $\lambda^*$  determina-se o diâmetro mediano de partição que é então comparado com o admitido. Fechado o processo iterativo, calcula-se a eficiência global de coleta pela equação 4. A Tabela 4 apresenta a comparação entre os valores de eficiência global experimental e calculada. Por estes dados, conclui-se que apesar do grande desvio padrão em  $\beta$  (25%) o efeito sobre o cálculo da eficiência é pequeno, dá ordem de 4%. Este resultado confirma a estratégia proposta neste trabalho, ou seja, pode-se, a partir das condições operacionais e dos dados reológicos, prever a eficiência global de coleta utilizando-se as equações disponíveis para separação sólido-fluido newtoniano em hidrociclones.



**Tabela 4 - Eficiência global de coleta experimental e calculada**

Exp.	$\eta_{exp}$	$\eta_{calc}$	$\eta_{exp} / \eta_{calc}$
A3	0.6327	0.6333	0.9991
A4	0.7262	0.7063	1.0281
A5	0.7217	0.7074	1.0202
A6	0.7233	0.7012	1.0316
D1	0.6988	0.6885	1.0150
D2	0.7240	0.7255	0.9979
D3	0.6788	0.7517	0.9030
D4	0.7316	0.7181	1.0188
D5	0.7008	0.6996	1.0017
D6	0.6719	0.6571	1.0226

### 3.5 Viscosidade Efetiva Relacionada à Queda de Pressão

Nos experimentos com fluido não-newtoniano, foram utilizados os dados de queda de pressão e velocidade do fluido na seção cilíndrica para determinar o número de Reynolds através equação 19 e, a partir dele, a viscosidade efetiva por

$$\dot{\gamma}_{ef} = \frac{D_c u_c \dot{\gamma}}{Re} \quad (21)$$

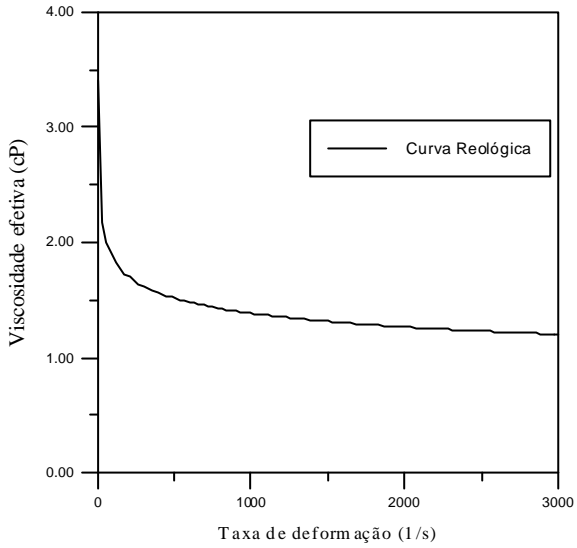
Os resultados obtidos por este procedimento são apresentados na Tabela 5. Cabe ressaltar que os experimentos A1, A2 e D7 a D12 não foram utilizados nos cálculos da seção anterior, uma vez que as medidas reológicas foram obtidas em uma faixa de taxa de deformação que não inclui o  $\lambda^*$ . Pelos dados apresentados nesta tabela, observa-se que a viscosidade efetiva obtida é muito próxima da viscosidade da água, sugerindo que, para a queda de pressão, a viscosidade é menor do que a relacionada à separação (item anterior), o que está de acordo com a proposição de Bloor, Ingram e Laverack (1980). A partir destes resultados seria possível determinar a expressão para a taxa de deformação característica relacionada à queda de pressão, como feito anteriormente. O problema neste caso é que a viscosidade efetiva obtida através do número de Reynolds resulta em taxas de deformação muito elevadas, alcançando a outra extremidade da curva reológica,

que não foi determinada experimentalmente e que ocasiona extrapolações grosseiras dos dados obtidos.

**Tabela 5 - Obtenção da viscosidade efetiva a partir de  $\gamma$**

Exp	$\psi$	$u_c$ (m/s)	Re	$\mu_{ef}$ (kg/ms)	Temp. (°C)	$\mu_{\text{água}}$ (kg/ms)	$\mu_{ef}/\mu_{\text{ag}}$
A1	250.2	1.44	$5.83 \cdot 10^4$	$1.11 \cdot 10^{-3}$	27	$0.85 \cdot 10^{-3}$	1.30
A2	212.8	1.33	$6.85 \cdot 10^4$	$0.88 \cdot 10^{-3}$	29	$0.81 \cdot 10^{-3}$	1.08
A3	252.3	1.05	$5.79 \cdot 10^4$	$0.81 \cdot 10^{-3}$	31	$0.78 \cdot 10^{-3}$	1.04
A4	243.1	1.46	$6.01 \cdot 10^4$	$1.09 \cdot 10^{-3}$	27	$0.85 \cdot 10^{-3}$	1.29
A5	201.8	1.37	$7.22 \cdot 10^4$	$0.85 \cdot 10^{-3}$	31	$0.78 \cdot 10^{-3}$	1.09
A6	229.3	1.10	$6.37 \cdot 10^4$	$0.78 \cdot 10^{-3}$	34	$0.73 \cdot 10^{-3}$	1.06
D1	250.9	1.48	$5.82 \cdot 10^4$	$1.15 \cdot 10^{-3}$	29	$0.81 \cdot 10^{-3}$	1.41
D2	220.4	1.37	$6.62 \cdot 10^4$	$0.93 \cdot 10^{-3}$	32	$0.76 \cdot 10^{-3}$	1.22
D3	196.9	1.18	$7.40 \cdot 10^4$	$0.72 \cdot 10^{-3}$	35	$0.72 \cdot 10^{-3}$	1.00
D4	185.9	1.61	$8.07 \cdot 10^4$	$0.90 \cdot 10^{-3}$	28	$0.83 \cdot 10^{-3}$	1.08
D5	210.1	1.34	$6.94 \cdot 10^4$	$0.87 \cdot 10^{-3}$	32	$0.76 \cdot 10^{-3}$	1.15
D6	208.4	1.15	$6.99 \cdot 10^4$	$0.74 \cdot 10^{-3}$	34	$0.73 \cdot 10^{-3}$	1.01
D7	167.3	1.57	$8.69 \cdot 10^4$	$0.81 \cdot 10^{-3}$	30	$0.80 \cdot 10^{-3}$	1.02
D8	158.8	1.47	$9.15 \cdot 10^4$	$0.73 \cdot 10^{-3}$	32	$0.76 \cdot 10^{-3}$	0.95
D9	205.6	1.16	$7.09 \cdot 10^4$	$0.74 \cdot 10^{-3}$	34	$0.73 \cdot 10^{-3}$	1.01
D10	145.9	1.68	$9.94 \cdot 10^4$	$0.76 \cdot 10^{-3}$	28	$0.83 \cdot 10^{-3}$	0.92
D11	168.7	1.43	$8.62 \cdot 10^4$	$0.75 \cdot 10^{-3}$	31	$0.80 \cdot 10^{-3}$	0.93
D12	174.2	1.26	$8.35 \cdot 10^4$	$0.68 \cdot 10^{-3}$	34	$0.73 \cdot 10^{-3}$	0.93

Com o intuito de verificar o comportamento do fluido não-newtoniano para altas taxas de deformação, preparou-se uma amostra de fluido com características semelhantes a dos usados nos experimentos e obteve-se a curva reológica para altas taxas de deformação a temperatura de 30°C (temperatura média dos experimentos). A figura 5 apresenta os resultados obtidos neste ensaio, que indicam uma queda contínua da viscosidade efetiva com o aumento da taxa de deformação, atingindo valores próximos ao da viscosidade da água. Este resultado confirma o comportamento observado no trabalho experimental.



**Figura 5 - Comportamento reológico para altas taxas de deformação (dados obtidos com viscosímetro Haake RS 100)**

#### 4. CONCLUSÕES

---

Tomando-se por base os resultados obtidos neste trabalho, é possível concluir que, dentro das condições operacionais utilizadas e para este modelo de hidrociclone,

A caracterização do equipamento pode ser dada pelas equações 15 a 19.

A curva de eficiência granulométrica reduzida em função de  $D/D^*$  não sofre influência do comportamento não-newtoniano do fluido apresentado resultados muito semelhantes aos obtidos para fluidos newtonianos (ver figura 3),

A utilização do conceito de viscosidade efetiva para a separação sólido-fluido não-newtoniano em hidrociclones mostrou-se possível, sendo que neste caso existem duas viscosidades efetivas, uma relacionada à separação centrífuga e outra à queda de pressão.

No caso da separação centrífuga, a taxa de deformação característica pode ser calculada pela equação 20, sendo que a separação ocorre próxima à parede do hidrociclone a baixas taxas de deformação e altas viscosidades (Bloor, Ingram e Laverack, 1980). Conhecendo-se a expressão para  $\lambda^*$ , pode-se prever, com o auxílio das condições operacionais, distribuição granulométrica da alimentação e do reograma do fluido, a eficiência global de coleta do experimento. A comparação entre os resultados experimentais e calculados de eficiência indicam erros aceitáveis.

No caso da queda de pressão, a expressão para  $\lambda^*$  não pôde ser obtida pois a viscosidade efetiva, determinada através do número de Reynolds, resultava em taxas de deformação muito elevadas, fora da faixa das medidas reológicas. Cabe ressaltar que, para a queda de pressão, os resultados de viscosidade efetiva são muito menores que aqueles determinados para a separação, sendo um pouco superiores aos da água. Tal comportamento está de acordo com o sugerido por Bloor, Ingram e Laverack (1980).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- BARRIENTOS, A. e Concha, F. (1992), "Phenomenological model of classification in conventional hydrocyclones", in *Comminution - Theory and Practice*, American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers, New York, chapter 21, 287-305.
- BRADLEY, D. (1965), "The hydrocyclone", Pergamon Press, London.
- BLOOR, M.I.G., Ingham;D.B. e Laverack, S.D.(1980), "An analysis of boundary layer effects in a hydrocyclone", 1<sup>st</sup> International Conference on Hydrocyclone, Cambridge,UK, pag.49.
- DAMASCENO, J.J.R., Clark, S. e Massarani, G. (1990), "Reologia de suspensões e efeito de concentração na dinâmica de partículas II" *Anais do XVIII ENEMP*, Vol.I, pag 103, Nova Friburgo-Rio de Janeiro.
- DYAKOWSKY, T., Hornung, G.e Williams, R.A.(1994), "Simulation of non-Newtonian flow in a hydrocyclone", *Trans. IchemE*, Vol. 72, pag 515.
- HORSLEY, R.R., Tran,Q. e Reizes, J. (1992), "The effect of rheology on performance of hydrocyclone", 4<sup>th</sup> International Conference on Hydrocyclone, Cambridge,UK, pag.215.
- LARUCCIA, M.B. (1990), " Velocidade de sedimentação não-newtoniano: Efeito da forma e concentração de partículas", Tese de M.Sc., UNICAMP, Campinas.
- LÁZARO, W. (1991), "Estudo experimental e modelagem da clarificação na separação sólido-líquido não-newtoniano em centrífuga decantadora industrial", Tese de M.Sc., UNICAMP, Campinas.
- LILGE, E.O., (1961-1962), "Hydrocyclone fundamentals", *Bulletin Institution of Mining and Metallurgy*, London, Vol. 71, p.285-337.

- MASSARANI, G. e Silva Telles, A. (1978), “Escoamento de fluidos não-newtonianos na vizinhança da partícula sólida”, *Revista Brasileira de Física*, Vol.8, nº3, p.550-562.
- MASSARANI, G. e Coelho de Castro, L.M.N. (1980), “Filtração de suspensões sólido-fluido não-newtoniano”, *RBT*, Vol.11, p.187.
- MASSARANI, G. (1981), “Viscosímetro capilar de tubos descartáveis”, *Revista de Ensino de Física*, Vol.2, nº2, p.3.
- MASSARANI, G. (1990), “Aspectos da fluidodinâmica em meios porosos”, *Número Especial do Caderno de Engenharia Química da RBE*, Rio de Janeiro.
- MASSARANI, G. e Silva Telles, A. (1992), “Escoamento de soluções e suspensões não-newtonianas em dutos”, *XX ENEMP*, São Carlos, Vol.I, P.27-33.
- NAPIER-MUNN, T.J. (1980), “Influence of medium viscosity on the density separation of minerals in cyclones”, 1<sup>st</sup> *International Conference on Hydrocyclone*, Cambridge,UK, pag.63.
- PEÇANHA, R.P. (1979), “Avaliação do desempenho de hidrociclones”, *Tese de M.Sc.*, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro.
- PEÇANHA, R.P. e Massarani, G. (1980), “Avaliação do desempenho de hidrociclones”, *RBT*, vol. 11, pag.289.
- PEREIRA, C.M.S. e Massarani, G. (1993), “Separação sólido-fluido não-newtoniano I: Sistemas diluídos”, *Anais do XXI ENEMP*, Vol.I, p.283, Ouro Preto-Minas Gerais.
- SILVA, M.A.P.. (1989), “Hidrociclones Bradey: dimensionamento e análise de desempenho”, *Tese de M.Sc.*, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro.
- SILVA, M.A. e Medronho, R.A. (1986), “Um método simples de determinação de distribuição granulométrica”, *Anais do XIV ENEMP*, Campinas, p.267, São Paulo.
- SVAROVSKY, L. (1981), “Solid-liquid separation”, *Butterworths*, London.

- SVAROSKY, L. (1984), "Hydrocyclone", Holt, Rinchart & Winston, Londres.
- SVAROVSKY, L. (1990), "Solid-liquid separation", Butterworths & Co. Ltd, 3<sup>rd</sup> ed., London.
- UPADRASHTA, K.R. e Venkateswarlu, D.(1983), "Tangential flow pattern of power-law fluids in a hydrocyclone", J. Powder Bulk Solids Tech., Vol.7, nº 4, p.19-28.
- UPADRASHTA, K.R., Ketcham, V.J. e Miller, J.D. (1987), "Tangential velocity profile for pseudoplastic power-law fluids in the hydrocyclone - A theoretical derivation", International Journal of Mineral Processing, Vol.20, p.309-318.
- YASBLONSKII, V.O. (2000) "Hydrodynamics of non-Newtonian fluid flow in hidrocyclone", Russian Journal Applied Chemistry, 73: (1) p. 102-107.
- WALKER, K.J., Veasey, T.J. e Moore, I.P.T. (1992), "A parametric evaluation of the hydrocyclone separation of drilling mud from drilled rock chippings", 4<sup>th</sup> International Conference on Hydrocyclone, Cambridge,UK, pag.121.

**ANEXO**  
**LISTA DE SÍMBOLOS E UNIDADES**

$C_v$	Concentração volumétrica de sólidos	–
$D_c$	Diâmetro da parte cilíndrica do hidrociclone	L
$D'$	Parâmetro do modelo RRB	L
$D^*$	Diâmetro mediano de partição	L
$G$	Eficiência individual de coleta	–
$G'$	Eficiência individual de coleta reduzida	–
$K$	Fator dependente da geometria e da queda de pressão do hidrociclone	–
$M$	Parâmetro do modelo de Ostwald-de Waele	$M\theta^{n-2}/L$
$m$	Parâmetro do modelo RRB	–
$n$	Parâmetro do modelo de Ostwald-de Waele	–
$N_e$	Número de espiras da trajetória da partícula	–
$Q$	Vazão volumétrica de fluido	$L^3/\theta$
$r$	Raio	L
$R_f$	Quociente entre as vazões de fluido do “underflow” e alimentação	–
$S$	Tensão cisalhante	$ML\theta^2$
$u$	Velocidade do fluido na alimentação	$L/\theta$
$u_c$	Velocidade do líquido baseada na área da seção transversal da parte cilíndrica do hidrociclone	$L/\theta$
$V_a$	Volume ativo do hidrociclone	$L^3$
$X$	Fração em massa das part. menores que um determinado diâmetro $D$	–
$\omega$	Velocidade angular do fluido	$L/\theta$
$\psi$	Coef. adimensional que depende da conf. do hidrociclone	–
$\Delta P$	Queda de pressão no hidrociclone	$ML\theta^2$



$\eta$	Eficiência global de coleta	–
$\eta'$	Eficiência global de coleta	–
$\lambda$	Taxa de deformação	$1/\theta$
$\lambda^*$	Taxa de deformação característica	$1/\theta$
$\mu$	Viscosidade do fluido	$ML\theta$
$\mu_{ef}$	Viscosidade efetiva do fluido	$ML\theta$
$\rho$	Densidade do fluido	$ML^3$
$\rho_s$	Densidade do sólido	$ML^3$